



## Magie mathématique

### *Les cartes et le nombre à quatre chiffres*

#### Comment faire le tour de magie

##### Matériel :

- Jeu de 52 cartes
- Carton présentant les étapes à suivre et un exemple
- Papier
- Crayon

##### Pistes de réflexion :

- Comment sait-on qu'un nombre est divisible par 9 ?
- Si on soustrait d'un nombre la somme de ses chiffres, qu'est ce que le résultat a de particulier ?

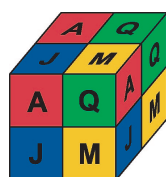
**Préparation :** Le magicien sépare le paquet de cartes en quatre piles, par couleur (pique, trèfle, cœur et carreau). Il place sur la table devant lui les piles.

**Tour :** Le magicien donne un papier et un crayon au spectateur. Il lui demande de choisir un nombre à quatre chiffres et de l'écrire en secret. Le spectateur doit ensuite faire les deux opérations suivantes : additionner les quatre chiffres du nombre choisi puis soustraire du nombre initial la somme obtenue. Le magicien se retourne pendant ces étapes pour ne pas être tenté de tricher...

Le spectateur doit maintenant utiliser les cartes disposées en quatre piles devant lui. Il prend dans une des piles la carte dont la valeur correspond au chiffre des unités du nombre obtenu ; si c'est zéro, il prend une figure. De la même façon, il prend dans chacune des autres piles la carte dont la valeur correspondant au chiffre des dizaines, au chiffre des centaines et au chiffre des milliers (une carte choisie par pile). Si un de ces chiffres est 0, il prend une figure.

Le spectateur choisit une des quatre cartes utilisées pour écrire le nombre, mais pas une figure, et la cache. Il pose les trois autres cartes sur la table, faces vers le haut, et indique alors au magicien qu'il peut se retourner. Le magicien devine la carte cachée.

<sup>1</sup> Tour de magie tiré du livre « 80 petites expériences de maths magiques » par Dominique Souder



**A**ssociation **Q**uébécoise  
des **J**eux **M**athématiques

## Explication mathématique

### Voici pourquoi ce tour fonctionne.

Pour trouver la couleur de la carte, il suffit de regarder celle qui manque. Pour la valeur, il faut additionner les valeurs de chacune des trois cartes et se demander combien il manque pour obtenir un multiple de 9. Ce nombre est la valeur cherchée. Si la somme est déjà un multiple de 9, la valeur pourrait être 0 ou 9, mais puisque le spectateur ne devait pas cacher une figure, la carte est nécessairement un 9.

### Explications détaillées

Pour savoir si un nombre est un multiple de 9, il suffit d'additionner ses chiffres. Si cette somme est un multiple de 9, le nombre l'est aussi.

**Si on a deux nombres qui sont des multiples de 9**, en les soustrayant le résultat demeure un multiple de 9 et la somme de ses chiffres aussi.

Par exemple, 3645 est un multiple de 9 puisque  $3 + 6 + 4 + 5 = 18$  qui est un multiple de 9. De plus,  $3645 - 18 = 3627$ . Ce nombre est aussi divisible par 9 puisque  $3 + 6 + 2 + 7 = 18$ . Peu importe le chiffre caché, on peut le trouver à partir de la somme des trois autres. Si 3, 6 et 2 sont visibles, leur somme donne 11, il manque donc 7 pour obtenir le multiple de 9 le plus près c'est-à-dire 18. Le chiffre caché est donc 7.

**Si un nombre n'est pas un multiple de 9**, en soustrayant de celui-ci la somme de ses chiffres, on obtient quand même un multiple de 9 (propriétés de l'arithmétique modulaire).

Par exemple, 1372 n'est pas un multiple de 9 puisque  $1 + 3 + 7 + 2 = 13$  qui n'est pas un multiple de 9. Le reste de la division de 1372 par 9 est 4. C'est en fait le même reste que celui de la division de 13 (la somme des chiffres composant le nombre) par 9. Par contre,  $1372 - 13 = 1359$  qui est divisible par 9 puisque  $1 + 3 + 5 + 9 = 18$ .

Le magicien peut donc retrouver le chiffre caché du nombre résultat peu importe le nombre choisi au départ, qu'il soit un multiple de 9 ou pas.